

Interpolační funkce

VEKTOR

RASTR

- Metody
 - Globální
 - Regrese - trend
 - Lokální
 - Lineární interpolace
 - Regrese – lokální trend
 - Inverse Distance Weighted IDW
 - Spline
 - Thiessenovy polygony
 - Natural Neighbours interpolation
 - Geostatistika (Kriging)
- Výstupy
 - Trendy
 - Spojité modely, DEM



Interpolační funkce

VEKTOR

RASTR

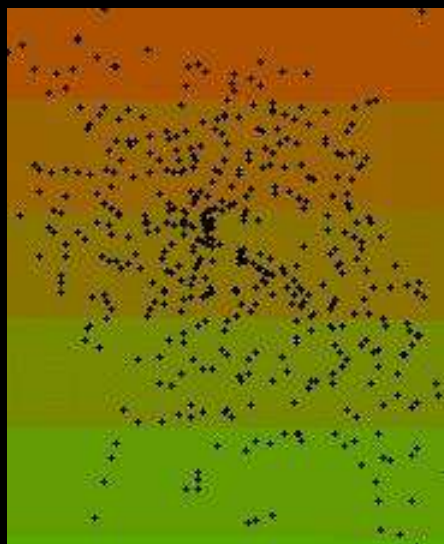
- Metody
 - Globální
 - Regrese - trend
 - Lokální
 - Lineární interpolace
 - Regrese – lokální trend
 - Inverse Distance Weighted IDW
 - Spline
 - Thiessenovy polygony
 - Natural Neighbours interpolation
 - Geostatistika (Kriging)
- Výstupy
 - Trendy
 - Spojité modely, DEM



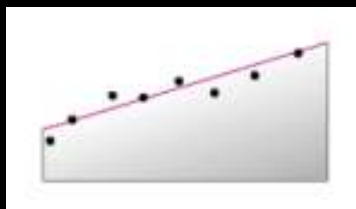
deterministické
(geo)statistické

Globální trend

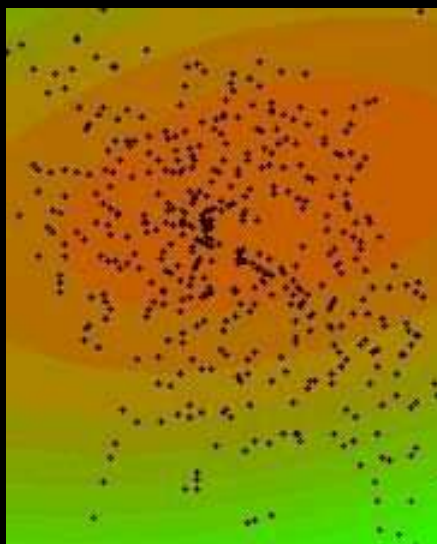
Lineární



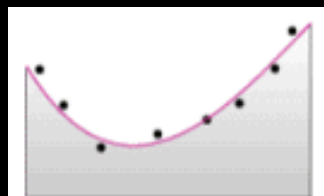
$$z = a + bx + cy$$



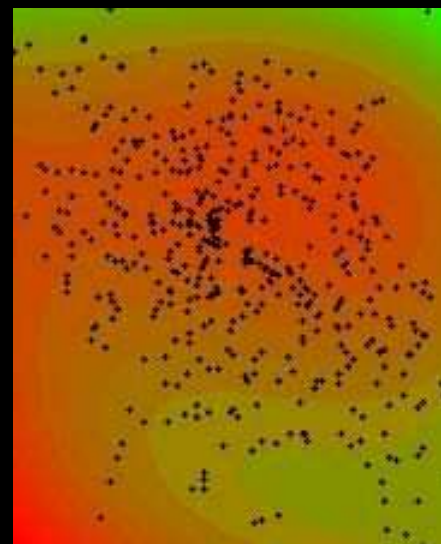
Kvadratický



$$z = a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2$$

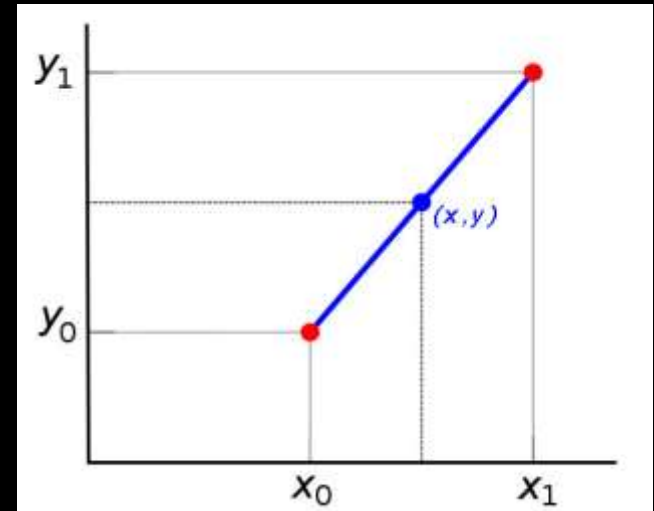
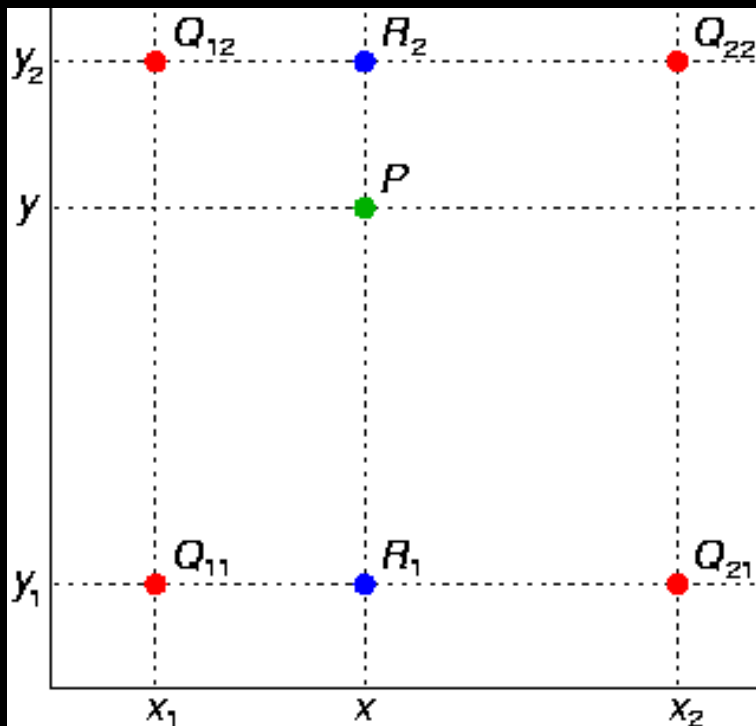


Kubický



Lineární interpolace

- Pokud jsou dány dva body, lineární interpolace je přímka mezi těmito body

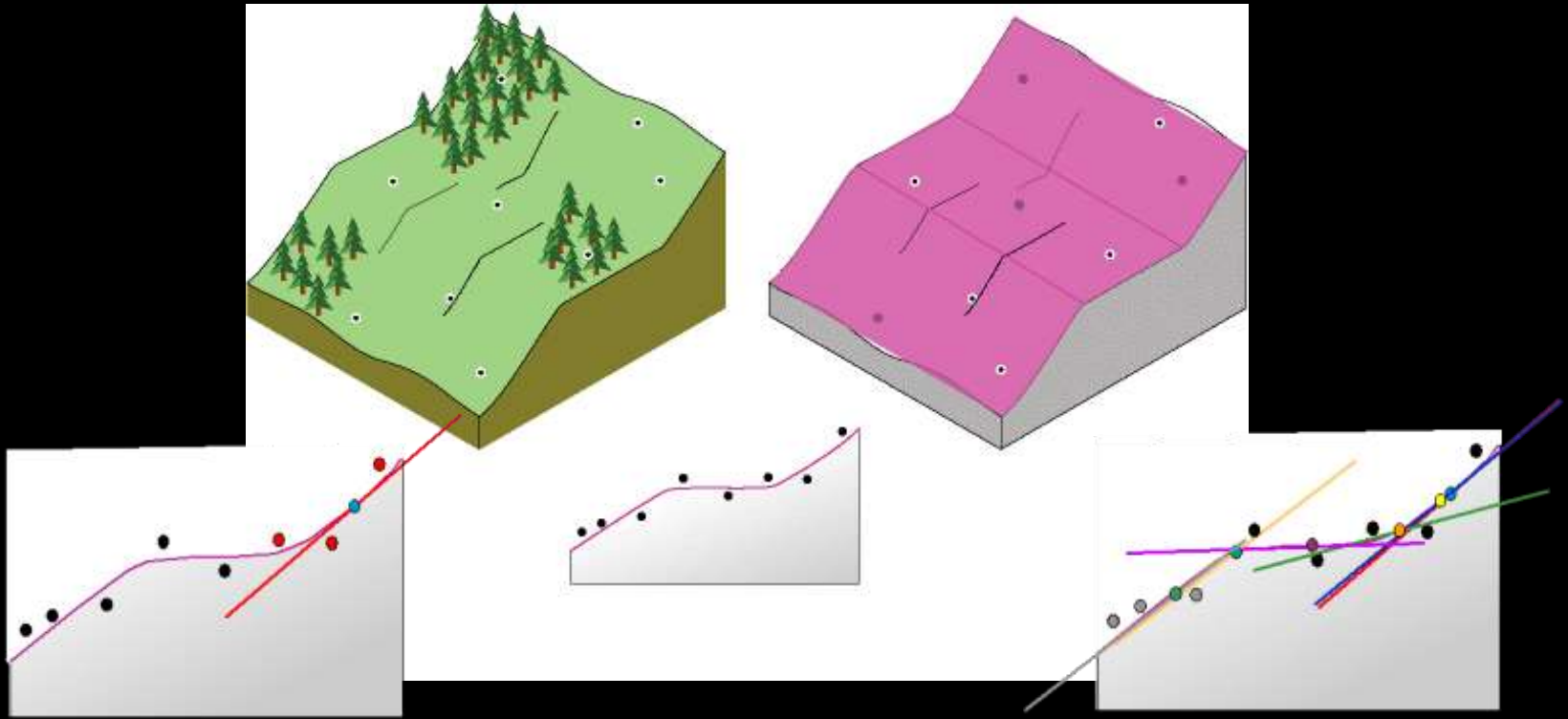


Bilineární interpolace

- opakovaná lineární interpolace mezi body ve čtvercové síti

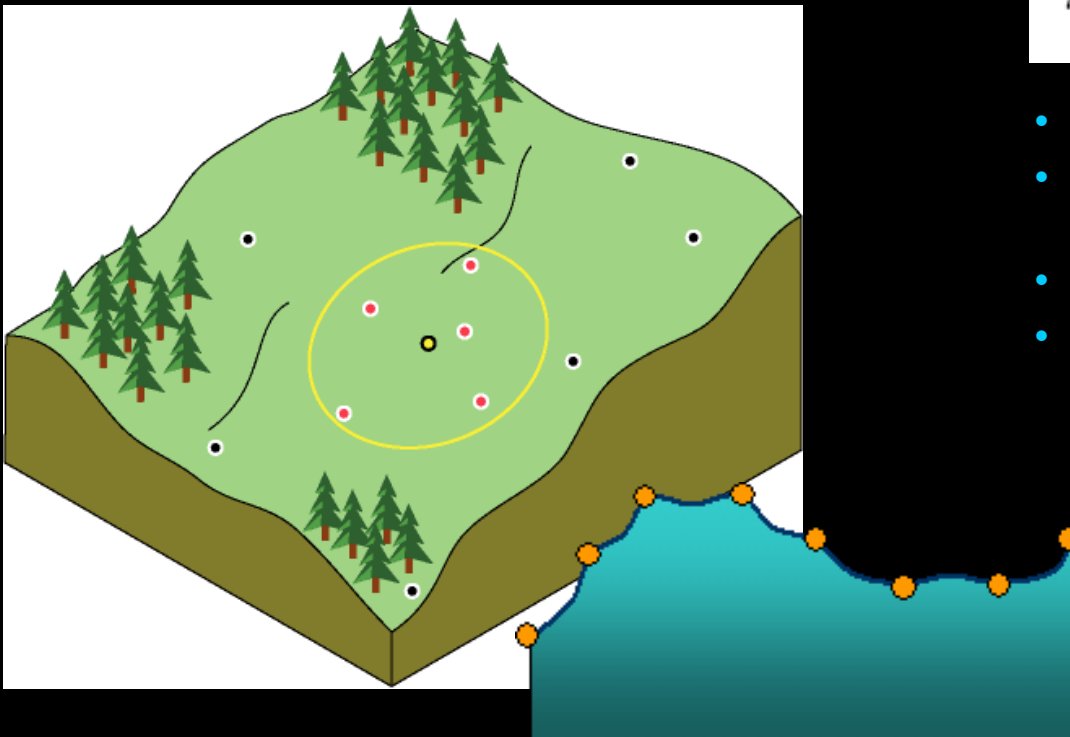
Lokální trend

- polynomická funkce proložená vybranými body v sousedství
- citlivé na volbu velikosti sousedství, možná anisotropie
- interpolovaný povrch nemusí procházet vstupními body



IDW

- hodnota interpolovaného bodu závislá na inverzní vzdálenosti od sousedů
- citlivé na: outliers a nahloučení bodů; možná anisotropie
- Povrch (téměř) prochází vstupními body

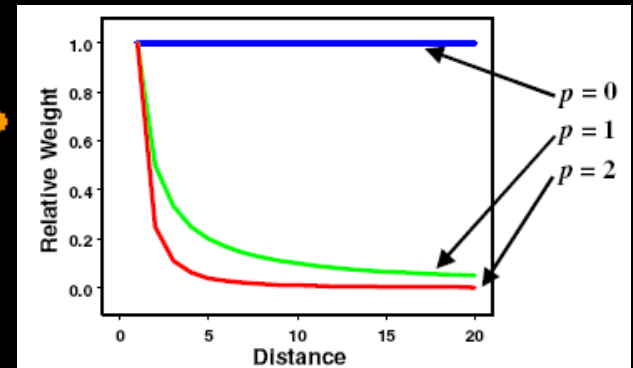


<http://webhelp.esri.com>

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(s_i)$$

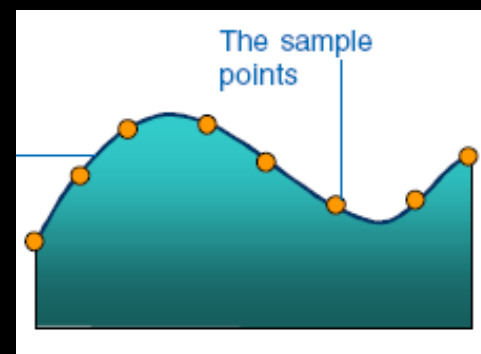
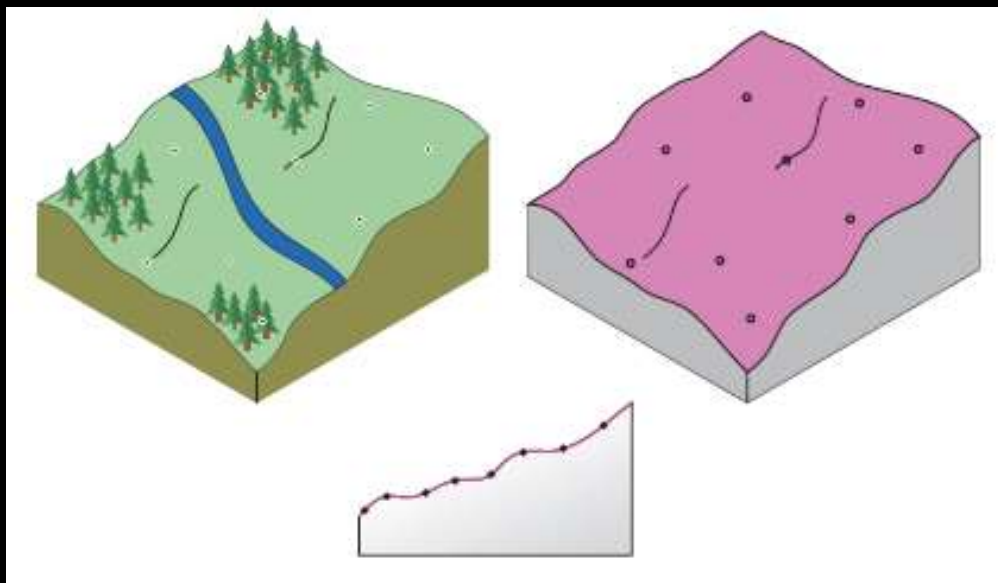
$$\lambda_i = d_{i0}^{-p} / \sum_{i=1}^N d_{i0}^{-p} \quad \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1,$$

- $Z(s_0)$ – zjišťovaná hodnota
- $Z(s_i)$ – hodnota ve známých bodech
- d – vzdálenost dvou bodů
- p – modifikuje vliv vzdálenosti

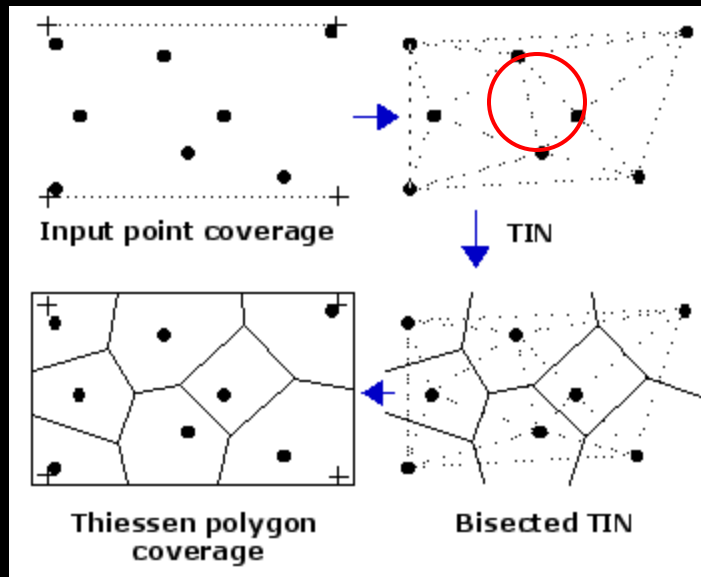


Spline

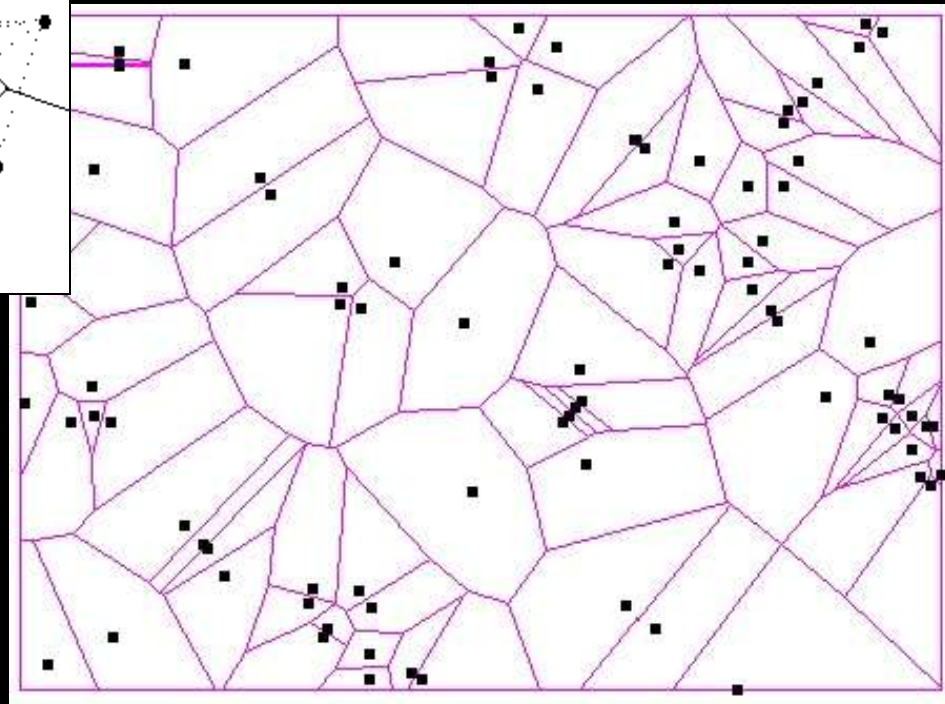
- proložení křivky s nejmenším celkovým zakřivením
- křivka musí procházet body
- nevhodné pro povrch s náhlými výraznými změnami



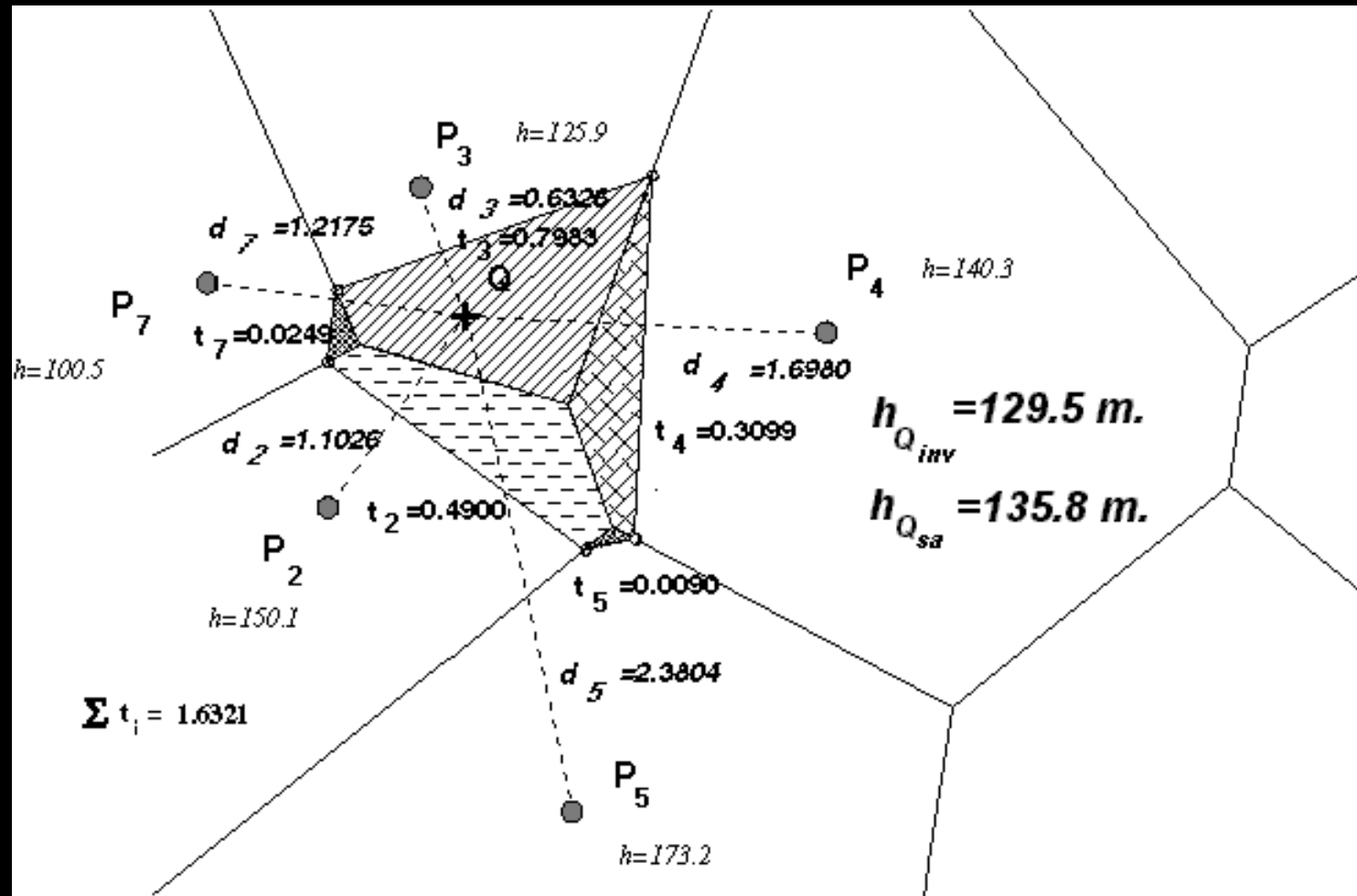
Thiessenovy polygony



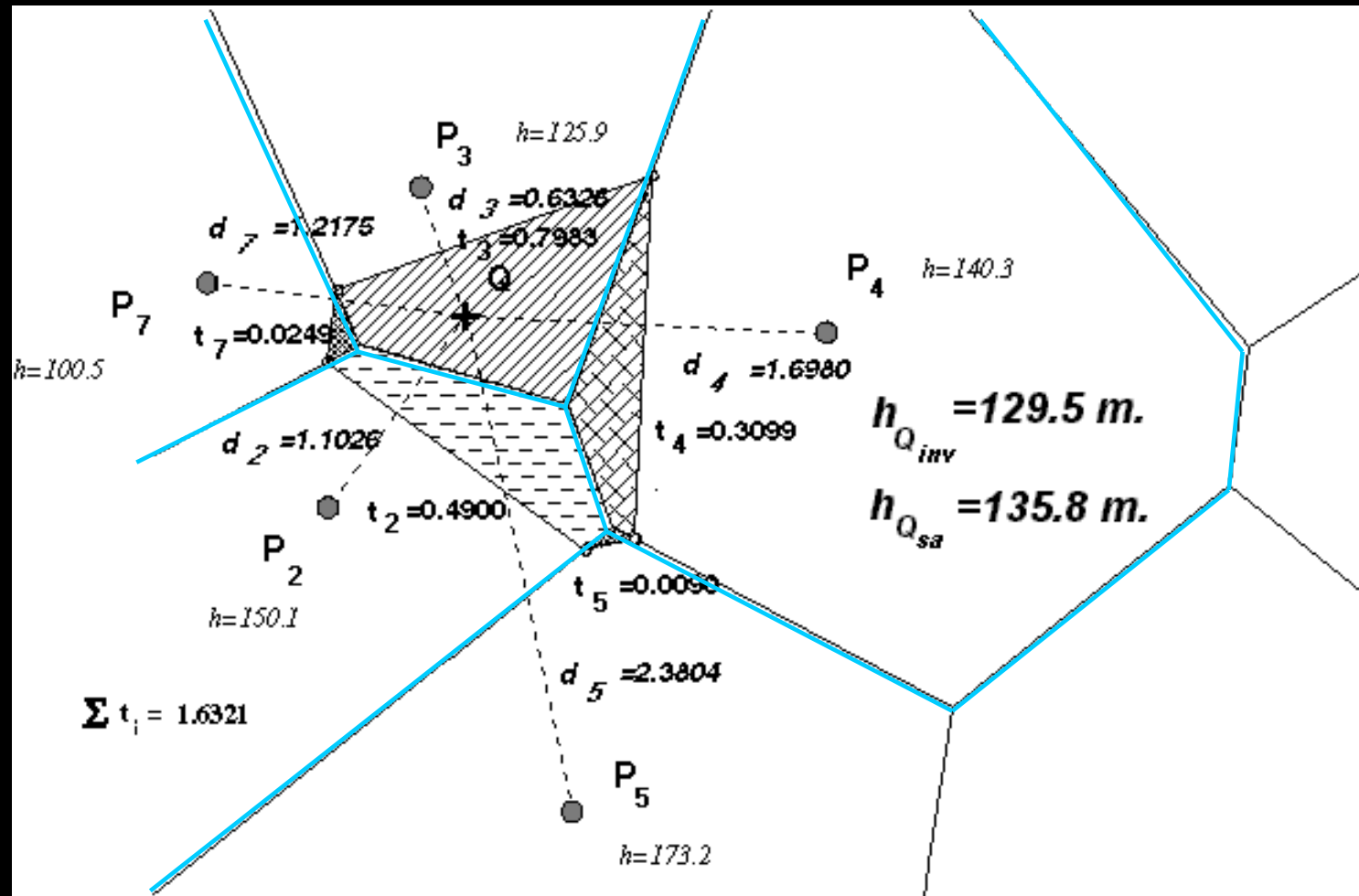
- Vytvoření TIN splňující Delaunay kritéria: kružnice opsaná trojúhelníku neobsahuje žádný jiný bod
- Kolmice v polovinách stran trojúhelníků; jejich průsečíky tvoří vrcholy Thiessenových polygonů



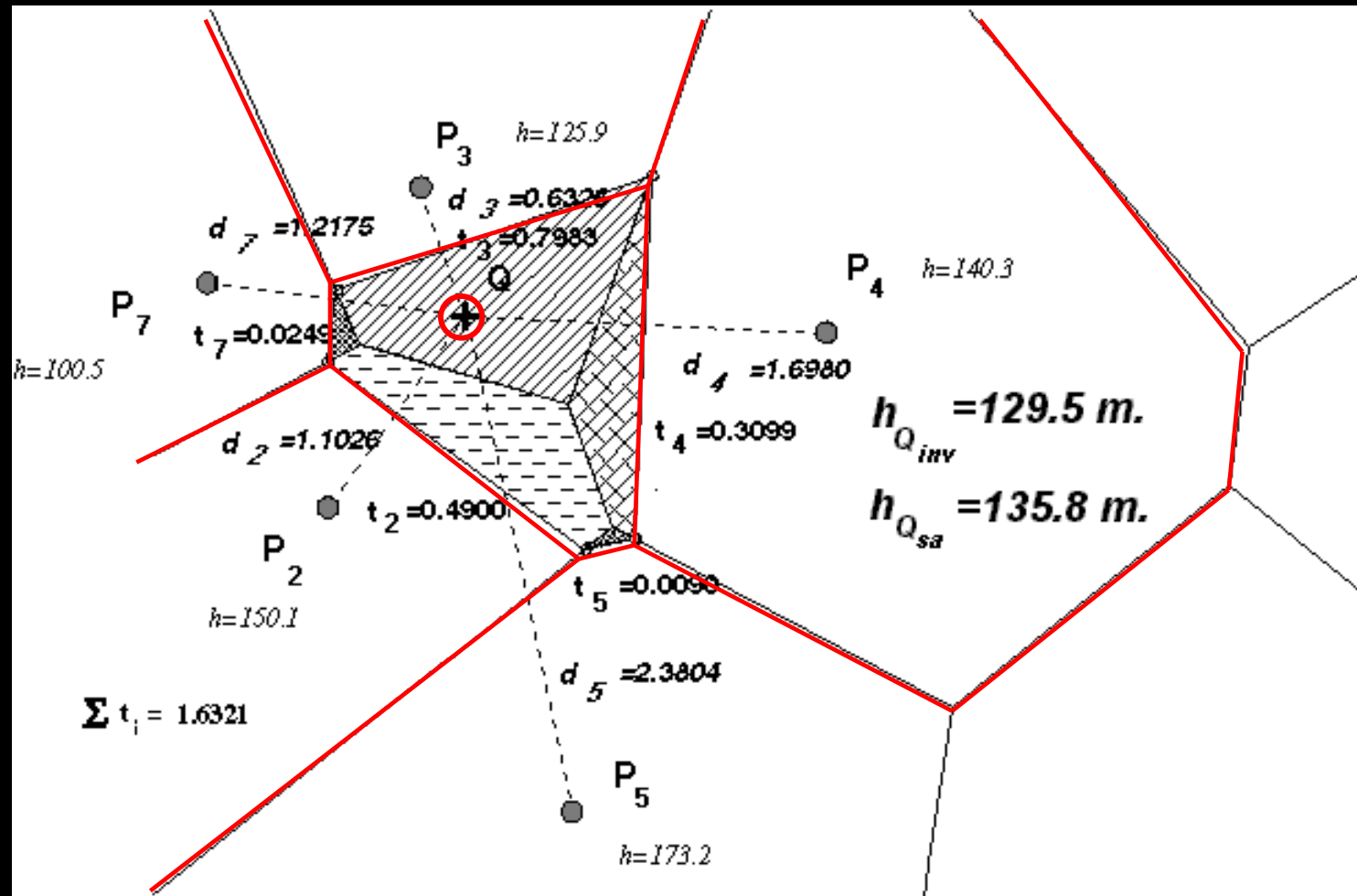
Natural neighbours



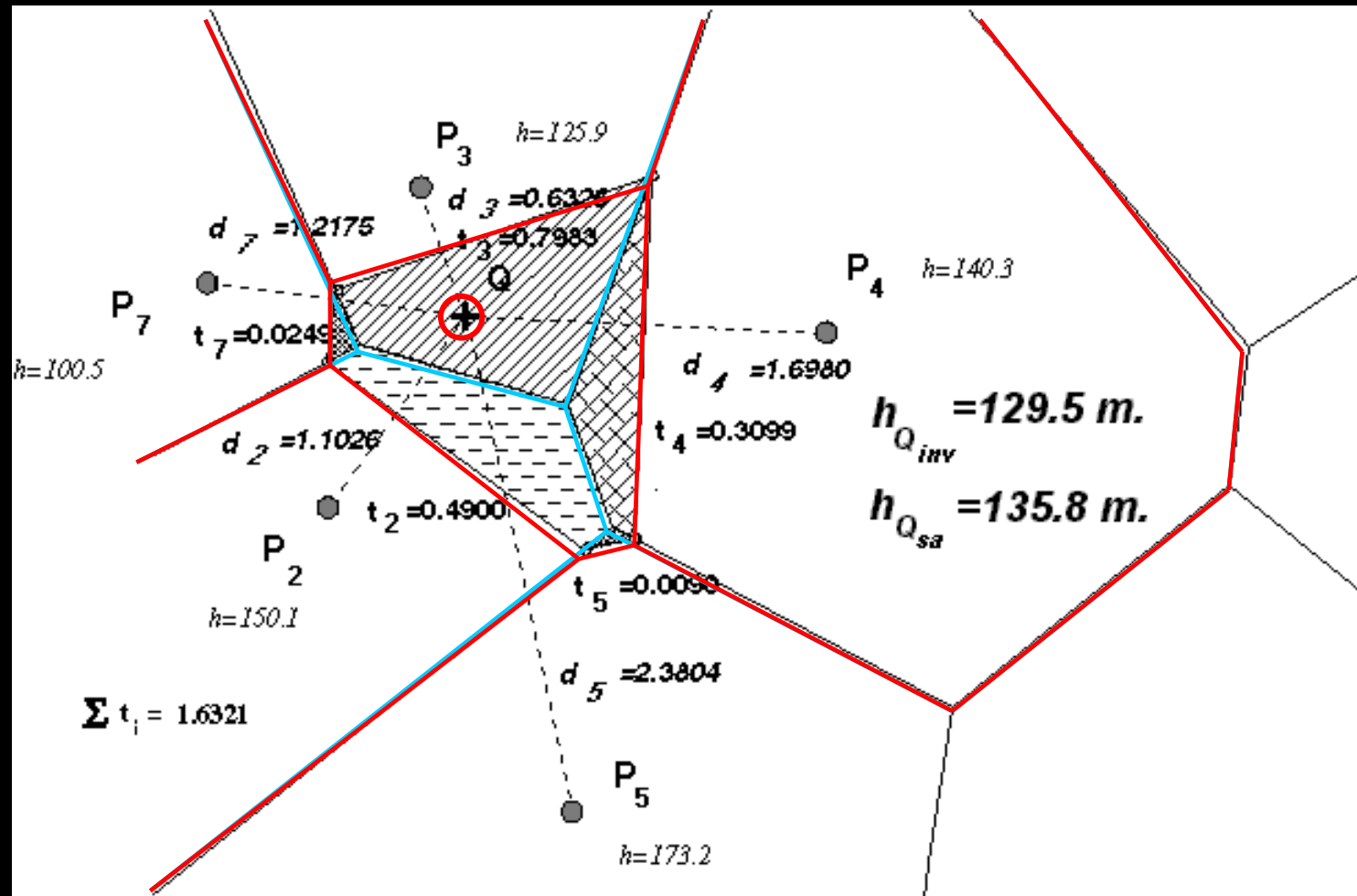
Natural neighbours



Natural neighbours



Natural neighbours

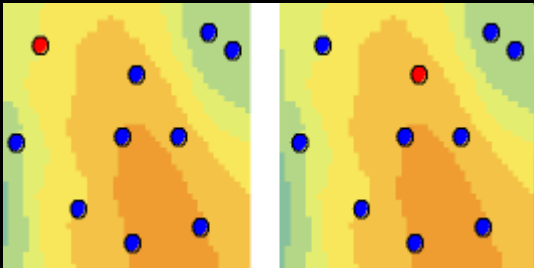


Testování kvality interpolace

- Cross-validation

Postupně vždy vypustím jeden bod, provedu interpolaci a na vynechaném bodě změřím odchylku mezi interpolovanou a originální hodnotou

Vyhodnotím jako RMS (Root mean square) Error



Geostatistika - Kriging

- Technika navržen důlním inženýrem D. E. Krigem a statistikem H.S. Sichelem v 50. letech; matematicky popsáno francouzským matematikem G. Matheronem až v letech 60. - základ geostatistiky
- Založeno na předpokladu autokorelace prostorových dat
- Statistický přístup, mohu stanovit chybu interpolace

Několik částí

- Explorativní - zkoumám míru podobnosti dat ve vztahu k jejich vzdálenosti (semivariogram, correlogram)
- Fitování modelu na zjištěný vztah
- Porovnání modelů
- Modelování povrchu

Stejný prediktor jako u IDW

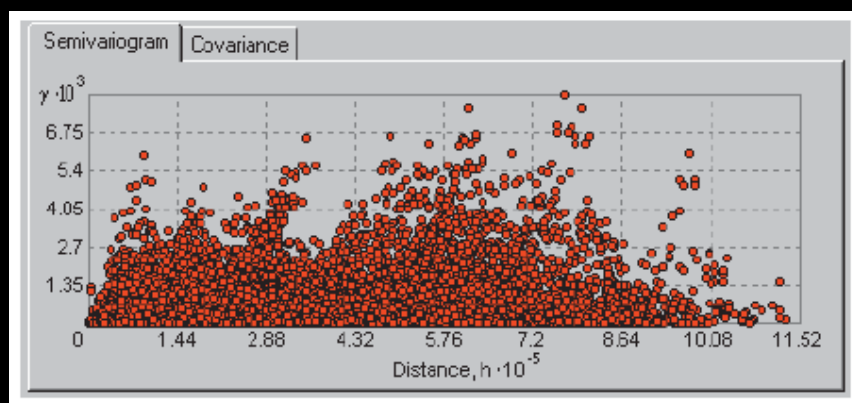
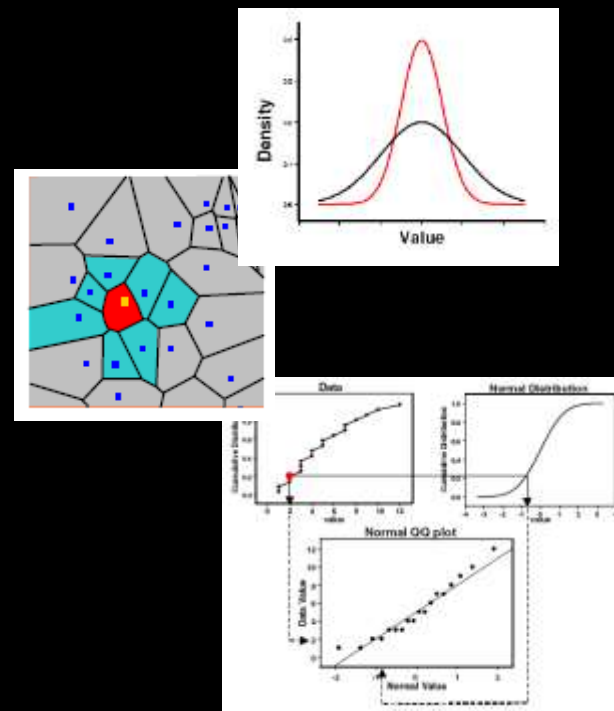
Váha lambda ale určena více faktory:
semivariogramem, vzdáleností a prostorovým
uspořádáním dat v okolí bodu

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(s_i)$$

Explorativní část

Zkoumám statistické charakteristiky dat

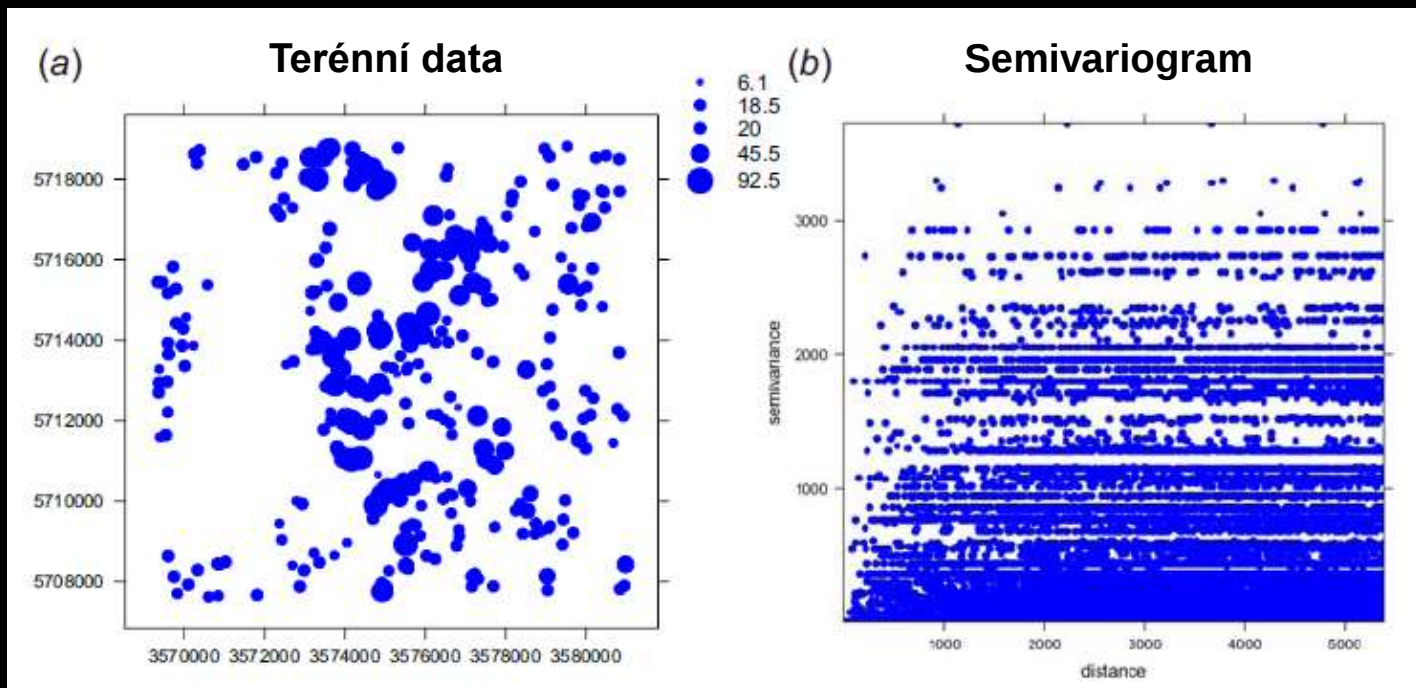
- rozdělení (histogram, QQplot, ...)
- outliers
- prostorové rozdělení (voronoi mapy)
- autokorelace (semivariogram)



Fitování modelu

Semivariance γ ve vzdálenosti h je rovna polovině průměrné variance mezi body dané vzdálenosti h

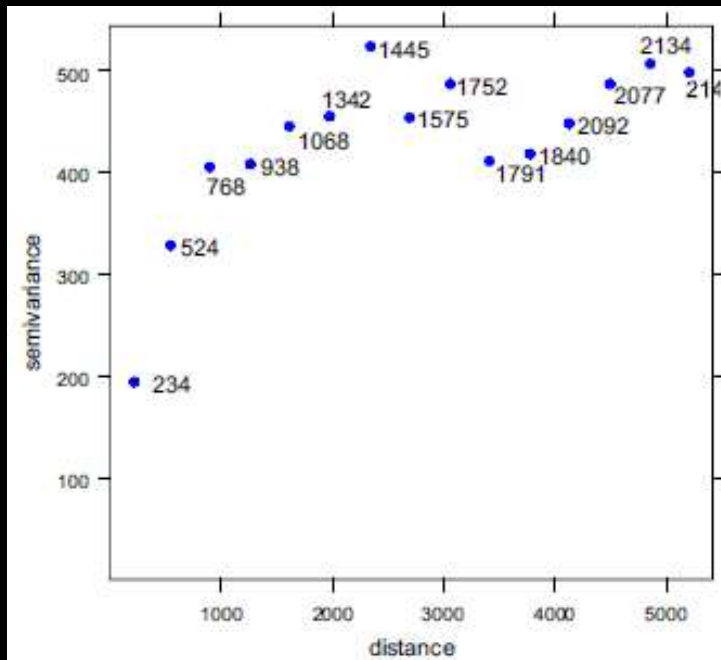
$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E \left[(z(s_i) - z(s_i + h))^2 \right]$$



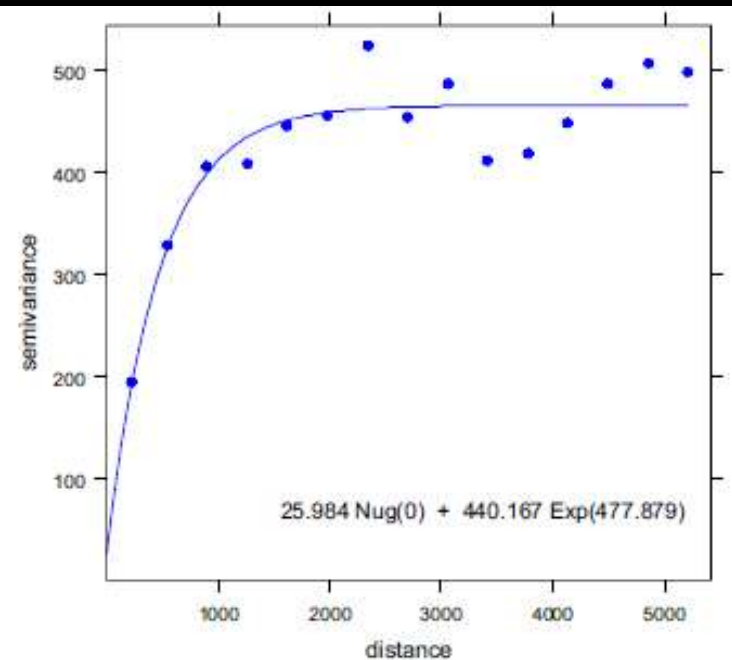
Fitování modelu

- Sdružením semivariancí do skupin podle vzdálenosti (tzv. lagů) vytvořím experimentální semivariogram
- Pro ten pak fituju model (prokládám křivku) z předem definovaných (např. exponenciální, gaussovský, sférický ...)

Experimentální semivariogram

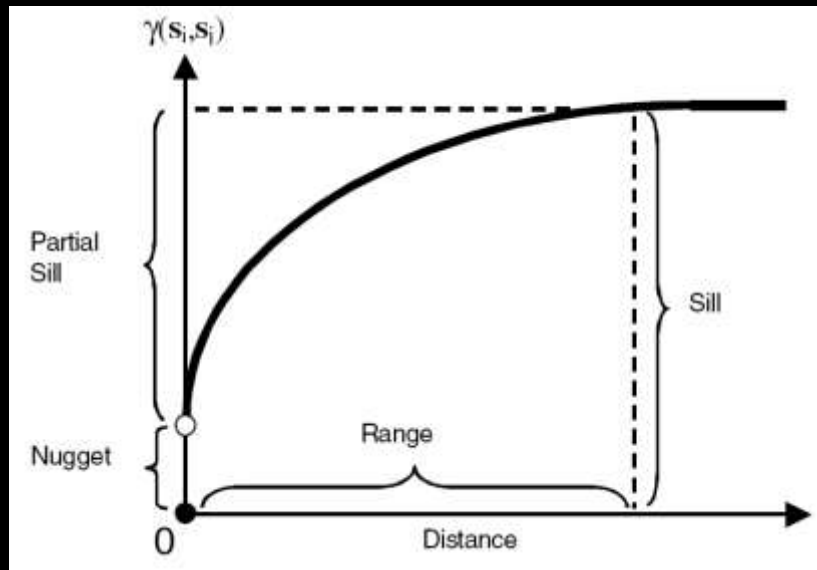


Fitovaný model



Fitování modelu 2

- **Range** – max. vzdálenost na kterou jsou data autokorelovaná
- **Sill** – hodnota semivariance odpovídající range
- **Nugget** – prostorová variabilita nebo chyby na menší prostorové škále než popisují moje data (< sampling distance)



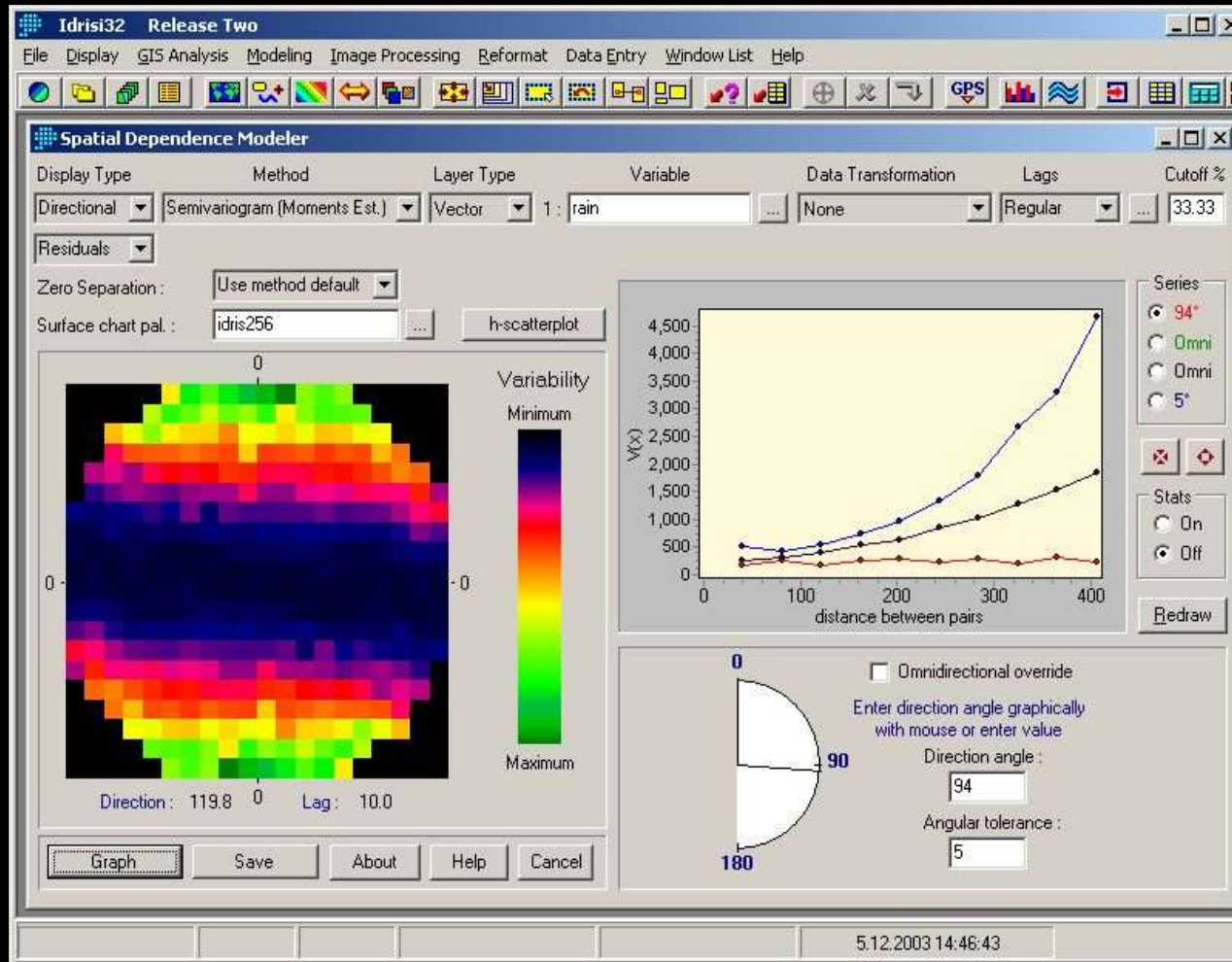
Různé modely podle tvaru křivky:

- exponenciální
- gausův
- sférický
- ...
-

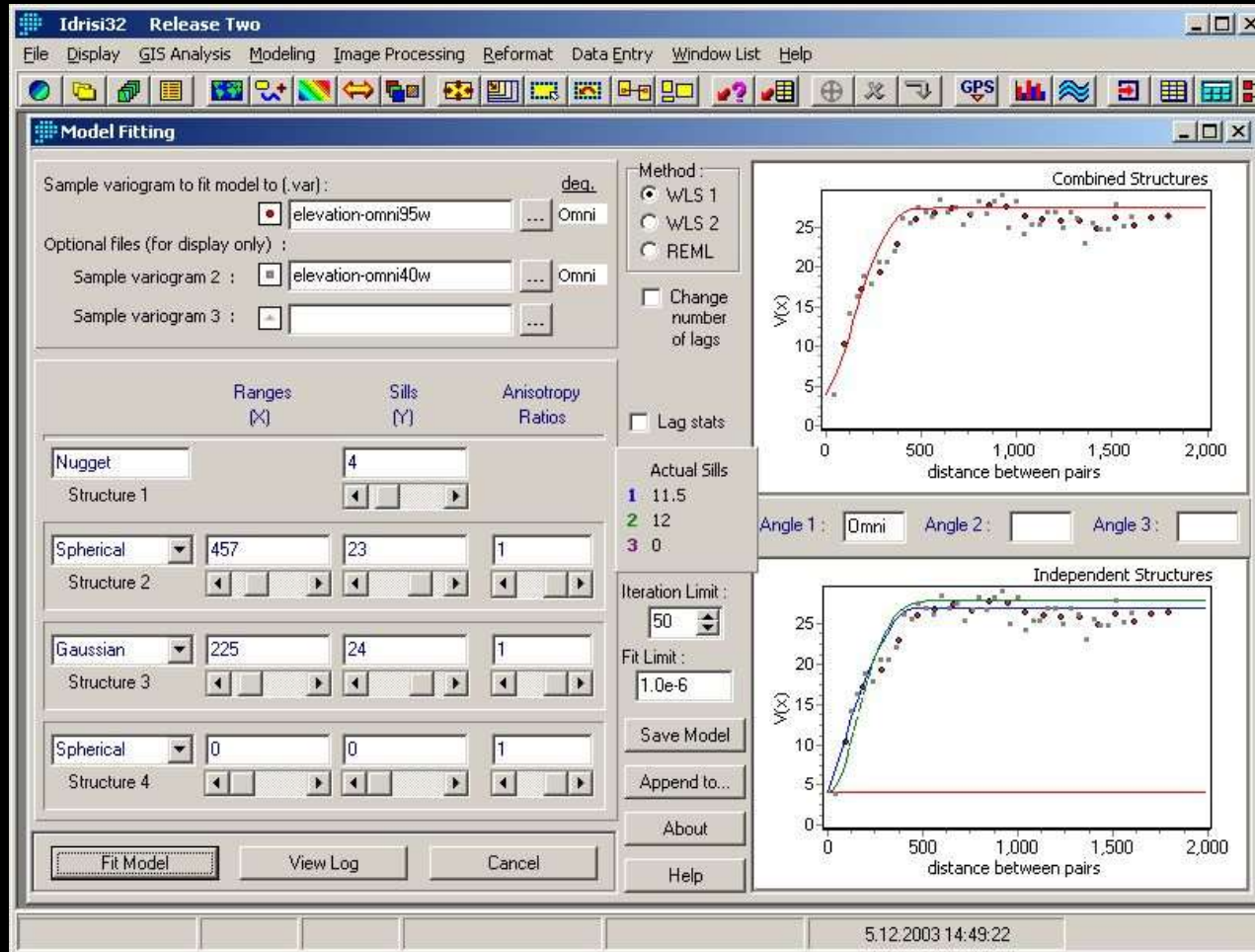
Fitování modelu - ArcGIS

■

Kriging v IDRISI

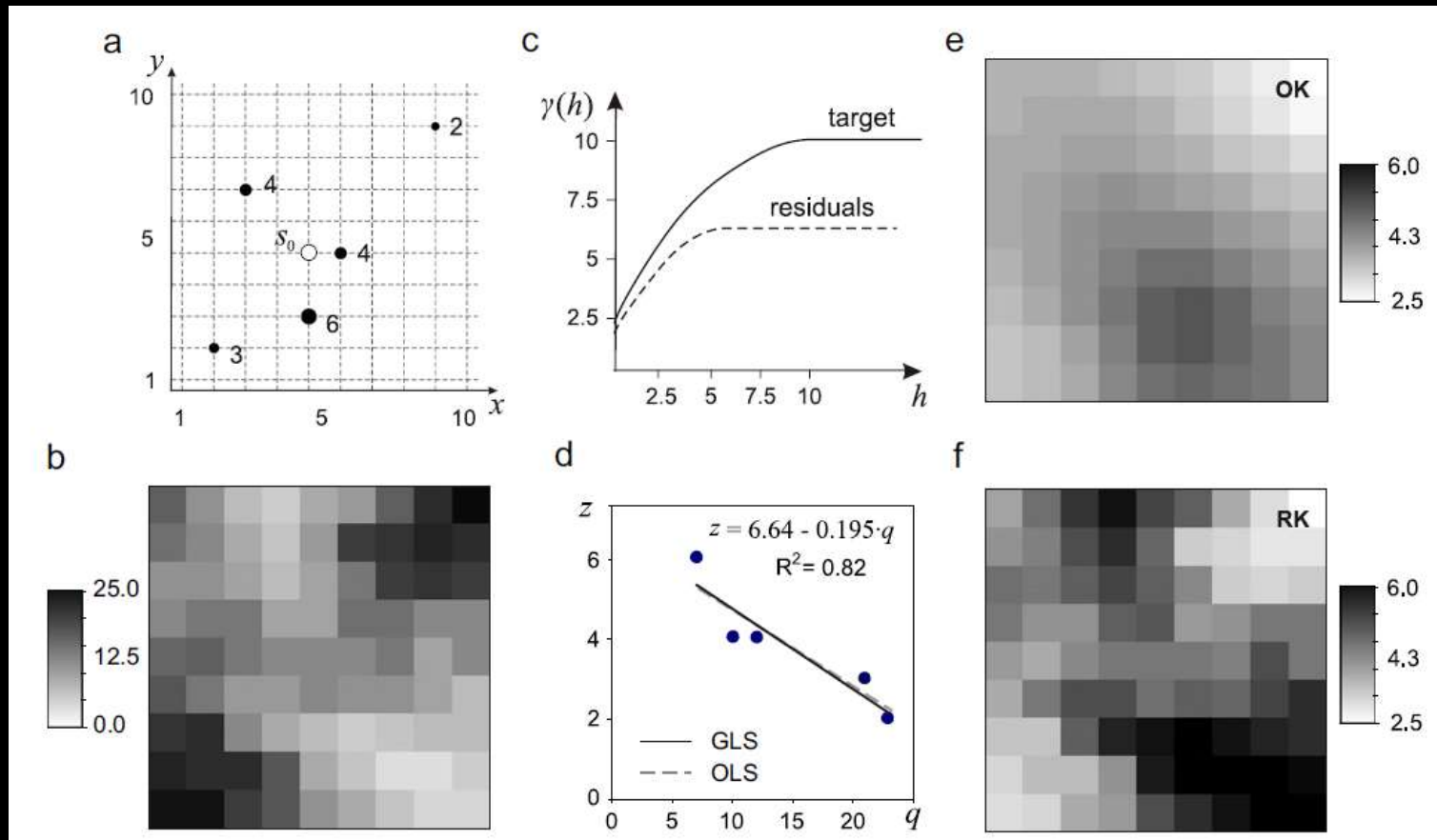


Kriging v IDRISI II



Regression kriging

- Mám k dispozici další proměnnou(né) jako např. model terénu, na kterých je predikovaná proměnná závislá a mohu je tedy zahrnout do interpolace



Kriging – zmatení pojmů

- Vstupními daty jen polohy bodů a jejich hodnoty = Ordinary kriging

Ordinary kriging

- Mám další pomocné proměnné prostředí (např. DEM, LAI, půdní typy), které mohou predikovat moji závislou proměnnou,

Regression kriging = Kriging with external drift = Universal kriging

RK = KDE = UK

- Odchyly v počtu a typu doplňkových proměnných i technickém řešení výpočtu; matematicky a především ve výsledku jsou shodné

Hengl, T., Heuvelink, G. B. M., & Rossiter, D. G. (2007). About regression-kriging: From equations to case studies. *Computers & Geosciences*, 33(10), 1301-1315.

Literatura

Srovnání metod

- Li, J., & Heap, A. D. (2011). A review of comparative studies of spatial interpolation methods in environmental sciences: Performance and impact factors. *Ecological Informatics*, 6(3-4), 228-241.

Prostorová statistika s důrazem na Kriging

- Hengl, T. (2007). *A Practical Guide to Geostatistical Mapping of Environmental Variables*. JRC Scientific and Technical Report. Ispra, Italy
- Hengl, T., Heuvelink, G. B. M., & Rossiter, D. G. (2007). About regression-kriging: From equations to case studies. *Computers & Geosciences*, 33(10), 1301-1315.
- Diggle P.J. and Ribeiro P.J. jr. (2007): *Model-based Geostatistics*. Springer
- Cressie N.A.C. (1993): *Statistics for Spatial Data* (Wiley Series in Probability and Statistics)
- Bivand R.S., Pebesma E. and Gómez-Rubio V. (2008): *Applied Spatial Data Analysis with R*. Springer